

VIÐBRAGÐSTÍMI JÖKLA

Tómas Jóhannesson
Orkustofnun
Grensásvegi 9, 108 Reykjavík

INNGANGUR

Jöklar hoga eða ganga fram eftir veðurfari. Heimildir og ummerki um stöðu jökulsporða og stærð jökla geyma mikilvægar upplýsingar um loftslag fyrri tíma og segja til um veðurfar miklu lengra aftur í tímann en veðurathuganir ná. Sagnfræðilegar heimildir um stöðu jökulsporða hér á landi á fyrri öldum hafa verið notaðar ásamt gögnum um hafs við landið til að meta loftslag á síðustu öldum Íslandsbyggðar. Jarðfræðileg ummerki um stöðu jökulsporða geyma upplýsingar um loftslagsbreytingar hér á landi eftir lok ísaldar. Samsetuhlutföll súrefnis í seti á botni úthafanna hafa verið notuð til að meta heildarrúmmál íss í ísaldarjökulum á jörðinni og þannig hafa fengist upplýsingar um loftslagsbreytingar á ísöld, svo sem um fjölda og lengd hlýskeyða og kuldaskýða (sjá t.d. Sigurður Þórarinsson, 1969; Hays, Imbrie og Shackleton, 1976).

Hop eða framgangur jökla segir ekki til um veðurlag einstakra ára. Skrið jökuls ákvarðast einkum af þykkt hans og lögun og er því afleiðing af veðri eða nánar tiltekið afkomu* á jöklinum og dreifingu hennar í mörg undangengin ár. Áhrif ákomu og leysingar tiltekins árs á hop eða framgang jökuls þverra eftir því sem tíminn líður og er tíminn sem

* *Afkoma* jökuls er mismunur ákomu og leysingar á jöklinum. *Ákoma* er sá hluti úrkomu sem fellur sem snjór á jökulinn, en *leysing* er sá ís og snjór sem bráðnar, skefur burt eða gufar upp. *Afkoma*, *ákoma* og *leysing* eru venjulega gefin upp í metrum íss pr. ár eða í metrum vatns pr. ár.

áhrifanna gætir nefndur viðbragðstími jökulsins. Viðbragðstíminn segir þannig til um það árabíll sem jöklar "muna" aftur í tímann. Stærð jöklanna ræðst af meðaltali ákomu og leysingar yfir þetta tímabil. Þannig gefa jöklarnir á hverjum tíma í raun upplýsingar um meðalloftslag yfir tímabil sem nemur viðbragðstímanum og jöklabreytingar gefa útjafnaða og hliðraða mynd af loftslagsbreytingum.

Viðbragðstími jökla er augljóslega mikilvægur þegar draga á ályktanir um loftslag út frá upplýsingum um stærð og útbreiðslu jökla. Ef viðbragðstími íslenskra jökla væri t.d. margar aldir, þá er erfitt að segja til um loftslagsbreytingar milli alda, svo ekki sé talað um áratuga, út frá upplýsingum um jöklabreytingar. Ef viðbragðstíminn mælist hins vegar í áratugum geta jöklabreytingar gefið ótvíræðar upplýsingar um loftslagsbreytingar milli alda og jafnvel áratuga, en engu að síður er æskilegt að meta viðbragðstímann og þannig hliðrunina í tíma milli loftslagsbreytinga og jöklabreytinga.

Loftslagsbreytingar hafa mikil áhrif á rennsli jökuláa. Þegar jökull er í jafnvægi kemur öll úrkoma á honum fram í jökulám sem frá honum renna. Þegar veðurfar kólnar stækkar jökullinn ár frá ári og meðan því fer fram minnkar rennsli jökulánna. Þegar jökullinn nær jafnvægi miðað við kaldara veðurfar nær rennsli ána aftur sínu fyrra gildi svo fremi sem ekki verði breytingar á úrkomu. Viðbragðstíminn segir til um það hversu lengi jökullinn er að ná jafnvægi eftir loftslagsbreytingu og þar með hvað breytingarinnar gætir lengi í rennsli áa sem frá jöklinum falla.

VIÐBRAGÐSTÍMI

Þegar meta á áhrif viðbragðstímans á svörun jökla við loftlagsbreytingum er eðlilegast að líta á jökulinn sem geymi í skilningi forðafræði. Innrennslíð í geyminn ákvarðast þá af heildarafkomu á ákomusvæði jökulsins, en útrennslíð af neikvæðri afkomu á leysingarsvæðinu.

Ef innrennslí, útrennslí og staða geymis breytast ekki með tíma telst geymirinn vera í jafnvægi. Ef þessu jafnvægi er raskað tímabundið, t.d. með því að auka eða minnka innrennslíð og færa það svo aftur að fyrra gildi, þá leitar geymirinn jafnvægis að nýju. Viðbragðstíminn er mælikvarði á tímanna sem þetta tekur. Oftast er hann miðaður við tímanna sem frávikíð frá jafnvægi er að minnka niður í $1/e$ sinnum upphaflegt gildi.

Einföldustu geymar sem fengist er við í forðafræði eru svokallaðir línulegir geymar, en þeim er lýst með tveimur stuðlum, rýmd, S , og leiðni, T . Rýmdin og leiðnin segja til um það hvað forði geymisins annars vegar og útrennslí úr honum hins vegar, aukast mikið þegar hækkar í honum um eina einingu. Ef forði línulegs geymis er táknaður með V , innrennslí í hann með b , útrennslí úr honum með q og staða hans með h , þá má rita þrjár líkingar sem lýsa því hvernig geymirinn bregst við breytilegu innrennslí

$$\frac{dV}{dt} = b - q \quad (1a)$$

$$V = Sh \quad (1b)$$

$$q = Th. \quad (1c)$$

Fyrsta líkingin er samfellujafnan og segir að forði geymisins breytist fyrir tilverknað innrennslis og útrennslis. Seinni líkingarnar tvær eru skilgreining á línulegum geymi og segja að forði geymisins og útrennslí úr honum séu línulega háð stöðu geymisins. Líkingar (1) má taka saman í eina diffurjöfnu fyrir stöðu geymisins, h

$$S \frac{dh}{dt} + Th = b. \quad (2)$$

Hún hefur almenna lausn

$$h(t) = (1/S) \int_{-\infty}^t e^{-(t-\xi)/\tau} b(\xi) d\xi, \quad (3)$$

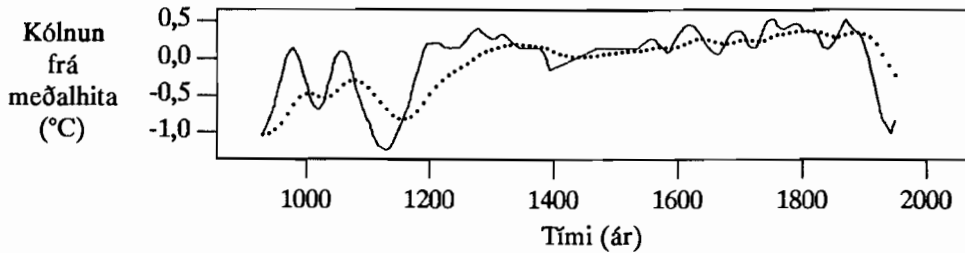
þar sem

$$\tau = S/T. \quad (4)$$

Lausnin (3) sýnir að staða geymisins fylgir vegna meðaltali innrennslis í fortíðinni þannig að vægi innrennslisins fer minnkandi aftur í tímann. Áhrif innrennslisbreytingar á tilteknum tíma á stöðu geymisins þegar frá líður verða $1/e$ sinnum minni fyrir hvert tímabil af lengdinni $\tau = S/T$ sem líður frá breytingunni. Því er viðbragðstími geymisins jafn τ . Svörun línulegs geymis er (að frátalinni deilingu með rýmdinni, S) einungis háð viðbragðstíma geymisins, $\tau = S/T$, og innrennslissögunni.

Jafna (3) er oft rituð $h = G * b$, þar sem $G(t) = (1/S)e^{-t/\tau}$ ef $t \geq 0$, $G(t) = 0$ ef $t < 0$ og "*" táknar földun (convolution, $a * b = \int_{-\infty}^{\infty} a(t-\xi)b(\xi)d\xi$). Líta má á fallið $G(t)$ sem svörun geymisins við innrennslispúlsi upp á eina einingu sem verður við tímanna $t = 0$ og varir örskamma stund (delta fall). Þannig er almenn svörun línulegs geymis við hversu flókinni innrennslissögu sem verkast vill, í raun fólgin í svörun geymisins við innrennslispúlsi. Þetta gildir um margar aðrar gerðir geyma en hinn einfalda línulega geymi, sem lýst er með líkingum (1), og veldur því að athugun á svörun geyma við innrennslispúlsi, snöggri innrennslisaukningu og öðrum einföldum innrennslissögum er grundvallaratriði til skilnings á almennri svörun geymanna. Jafnframt veldur þetta því að viðbragðstími sem leiddur er út frá svörun geymis við innrennslispúlsi hefur almennt gildi sem mat á því tímabili innrennslissögunnar sem hefur áhrif á stöðu geymisins á hverjum tíma.

Línulegir geymar eru til margra hluta nytsamlegir vegna þess hve einfaldir þeir eru og ástæða til þess að skilja vel svörun þeirra við innrennslisbreytingum áður en flóknari líkön af forðafræði jökla eru athuguð. Til þess að nota dæmi úr raunveruleikanum hef ég reiknað svörun línulegs geymis við tveimur þekktustu loftslagstímaröðum íslensku. Annars vegar mati Páls Bergþórssonar veðurfræðings (1969) á hita á sögulegum tíma hér



MYND 1: Kólnun frá meðalhita á Íslandi 930-1950 (heildregin lína, eftir Páli Bergþórssyni (1969)). Svörun línulegs geymis með viðbragðstímann $\tau = 60$ ár við kólnuninni (punktalína).

á landi, og hins vegar sumarhita í Stykkishólmi á síðustu tveimur öldum. Það sem áhugavert er hvað varðar jökla eru frávik frá meðalhita, en þau segja að einhverju marki til um afkomusveiflur á jöklum. Þar sem kólnun bætir afkomu jökla að öðru jöfnu, lít ég á tímaraðir yfir kólnun frá meðalhita.

Mynd 1 sýnir að geymir með viðbragðstímann 60 ár (punktalína) fylgir langtímasveiflum í afkomunni (hitanum) síðan á landnámsöld (heildregin lína), en skammtímasveiflur dempast og hliðrast þannig að staða geymisins er í hámarki í lok stuttra kuldaskiða. Staða geymisins er kvörðuð þannig að hún breytist tiltölulega jafn mikið og kólnunin ef um varanlega breytingu er að ræða. Sjá má að nokkurra áratuga langar sveiflur í hita, t.d. á sautjándu, átjándu og níttjándu öld, dempast mjög mikið sem þýðir að geymirinn er fjarri því að ná jafnvægisstöðu í slíkum sveiflum. Hins vegar svarar hann til fullnustu hitalækkuninni milli landnáms og miðalda enda stendur kuldaskiðið þá í margar aldir. Viðbragðið við hitaskiðinu, sem nær hámarki um 1930, er komið fram að minna en hálfu leyti um 1950. Ljóst er að draga má ályktanir um loftslagsbreytingar sem taka yfir hálfu öld eða meira út frá svörun geymisins, en verulegum erfiðleikum er bundið að segja til um skammæjar loftslagsbreytingar vegna dempunar og hliðrunar sem geymirinn veldur.

Mynd 2 sýnir svörun línulegs geymis með viðbragðstímann 30 ár (punktalína) við lækkun sumarhita (meðaltal maí til september) í Stykkishólmi frá meðalhita á árunum 1822 til 1987 (heildregin

lína). Hitinn á tímabilinu 1822 til 1845 er reiknaður út frá hitamælingum í nágrenni Reykjavíkur á sama tíma (Trausti Jónsson veðurfræðingur, persónulegar upplýsingar), en hitinn á tímabilinu 1846 til 1987 er byggður á mælingum í Stykkishólmi (gögn frá Veðurstofu Íslands). Greinilega sést hvernig hitasveiflur milli ára strokast út en hlýindin milli 1930 og 1960 koma fram með nokkurra áratuga hliðrun.

Þó línulegir geymar séu stórkostleg einföldun á forðafraði jökla sýna þessar myndir þó að hafa verður viðbragðstíma jökla í huga þegar jökla-breytingar eru notaðar til að draga ályktanir um loftslag liðinna tíma. Því er ástæða til að athuga nánar hvernig jöklar svara afkomubreytingum.

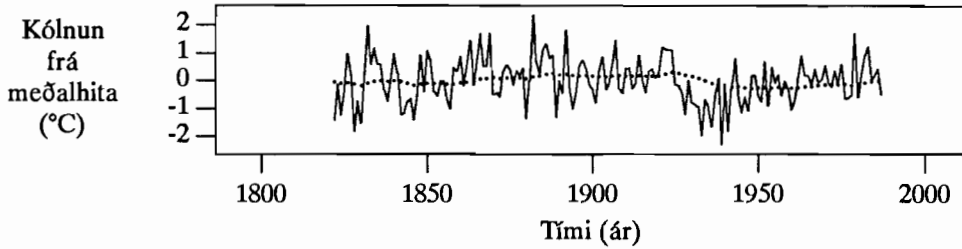
FLÆÐI JÖKLA

Flæði jökla er flóknara en gert er ráð fyrir í líkingum þeim sem lýsa línulegum geymum. Oft er gert ráð fyrir að viðbrögðum þíðjökuls við afkomubreytingum megi lýsa með tveimur líkingum

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q_i}{\partial x_i} = b^* \quad (5)$$

og

* Í þessari líkingu og þeim sem hér fara á eftir eru vigrar táknaðir með bókstöfum með index, t.d. tákna a_i vigrinn $\vec{a} = \sum a_i \vec{e}_i$, þar sem \vec{e}_i , $i = 1, 2, 3$, eru grunnvigrar hnitakerfis. Jafnframt þýðir tvítekin index í margföldun eða díffrun summu yfir viðkomandi index, þannig að t.d. $a_i b_i = \sum_{i=1}^3 a_i b_i$.



MYND 2: Kólnun frá meðalhita í Stykkishólmi 1822-1987 (heildregin lína). Svörun línulegs geymis með viðbragðstímann $\tau = 30$ ár við kólnuninni (punktalína).

$$q_i = Q_i(x_j, h, \frac{\partial h}{\partial x_k}), \quad (6)$$

þar sem h er jökulþykktin, q_i er flæðivigurinn ($q_i = hu_i$ ef u_i er meðalhraði jökulssins í súlu sem nær frá botni til yfirborðs), b er afkoma og $\partial h / \partial x_k$ er þykktarstigullinn. Fyrri líkingin er samfellujafna ísflæðis og er hún lögmálið um varðveislu massans (eða öllu heldur rúmmálsins þar sem eðlisþyngd íss er tekin sem fasti) á diffurjöfnuformi. Síðari líkingin kallast flæðilögmál og lýsir því hvernig flæðið á hverjum stað er háð lögun jökulhvellsins í nágrenninu. Flæðilögmálið er háð seigju jökulssins og halla landsins sem jökullinn hvílir á (sjá nánar Paterson, 1981). Líkingar þessar má taka saman í eina diffurjöfnu fyrir þykkt jökulsins, h

$$\frac{\partial h}{\partial t} + C_i \frac{\partial h}{\partial x_i} - D_{ij} \frac{\partial^2 h}{\partial x_i \partial x_j} = b - E \quad (7)$$

þar sem

$$C_i = \left(\frac{\partial Q_i}{\partial h} \right)_{x_j} \frac{\partial h}{\partial x_i}$$

er bylgjuhraði (kinematic wave velocity),

$$D_{ij} = - \left(\frac{\partial Q_i}{\partial (\partial h / \partial x_j)} \right)_{x_k, h}$$

er sveimstuðull (diffusion coefficient) og

$$E = \left(\frac{\partial Q_i}{\partial x_i} \right)_h \frac{\partial h}{\partial x_i}$$

segir meðal annars til um áhrif landslags undir jöklinum á flæðið (Nye, 1963).

Samkvæmt þessari líkingu spila útbreiðsla

bylgna og dempun þeirra saman í flæði jökla. Líkingin er mjög skyld ýmsum líkingum sem notaðar eru í varmafræði (samspil vökvarennslis (advection) og varmaleiðingar (conduction) í rennandi vökvum), vatnafræði (viðbrögð vatnsleiðara við dælingu úr borholum, breytingar á grunnvatnsborði í kjölfar vatnsborðsbreytinga í miðlunarlonum og fleira) og jafnvel samgönguverkfræði (útreikningar á umferðarþunga á hraðbrautum).

Líkingu (7) má nota til að skilgreina þrjá tímaskala sem koma við sögu í flæði jökla.

$$\tau_C = L/C, \quad (8a)$$

$$\tau_D = L^2 / (\pi^2 D) \quad (8b)$$

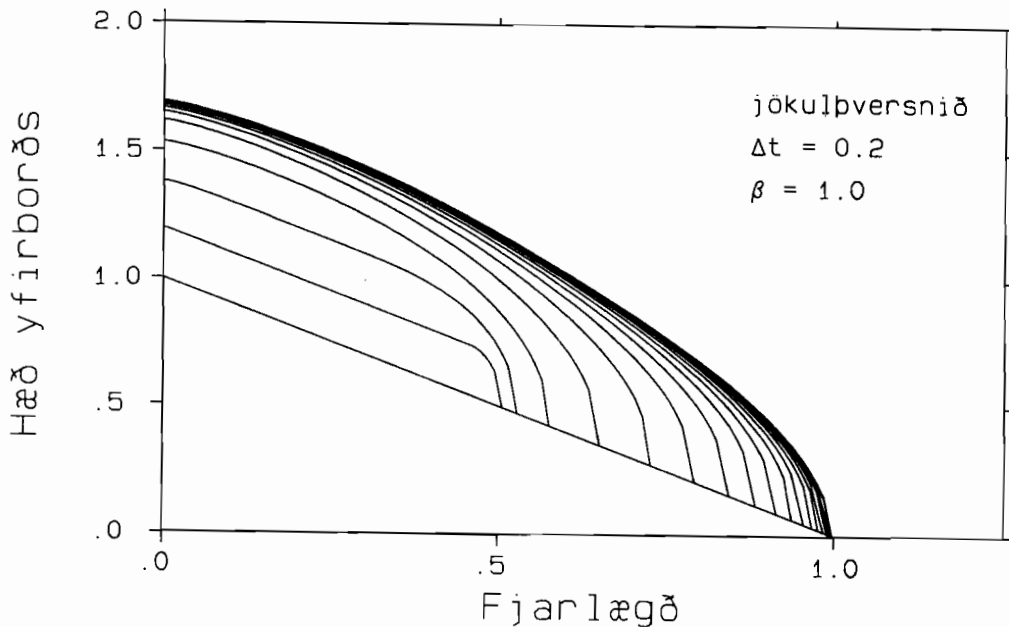
og

$$\tau_V = \delta V / \delta B, \quad (8c)$$

þar sem L er mælikvarði á lengd jökulsins, C er mælikvarði á stærð bylgjuhraðans (C_i) og D er mælikvarði á stærð sveimstuðulsins (D_{ij}). δV og δB eru annars vegar breyting á rúmmáli jökulsins og hins vegar heildarbreyting á afkomu hans (sjá nánar hér að neðan).

Bylgjuhluti líkingar (7) leiðir til tímaskalans, τ_C , og lýsir hann því hversu lengi bylgjur eru að berast jökullinn endilangan. Sveimhluti líkingarinnar leiðir til tímaskalans, τ_D , og lýsir hann því hversu langan tíma dempun bylgna er að dreifa staðbundinni ójöfnu yfir allan jökullinn.

Þriðji tímaskalinn, τ_V , er skilgreindur með tilvísun til afkomunnar, sem kemur fyrir hægra megin jafnaðarmerkisins í líkingu (7), og nefnist hann rúmmálstímaskali jökulsins (Tómas Jóhannesson



MYND 3: Reiknuð þversnið jökuls sem fall af tíma þegar jökull vex af jökulvana landi að stöðugu þversniði. Tímabilið milli þversniða er 0,2 tímaeiningar.

og fleiri, 1989a, 1989b). Í skilgreiningu rúmmáls-tímaskalans er δB heildarafkomubreyting yfir flatarmál jökulsins og δV er sú breyting á rúmmáli jökulsins sem hún leiðir til ef jökullinn fær tíma til að ná jafnvægi miðað við hina breyttu afkomu. Augljóst er að ef afkoma jökuls í jafnvægi eykst til dæmis um 10 cm íss á ári að meðaltali og ef jökullinn gengur fram og hækkar af þessum sökum sem nemur til dæmis 1 m ísþykktar að meðaltali, þá verður afkomubreytingin minnst $\tau_v = 1 \text{ m} / (10 \text{ cm/ár}) = 10 \text{ ár}$ að byggja upp rúmmálsaukninguna, þar sem sú afkoma sem fyrir er getur engu bætt við jökullinn.

Tímaskalarnir sem skilgreindir eru með líkingum (8) eru eðli málsins samkvæmt ekki nákvæmar stærðir sem segja í smáatriðum fyrir um hegðun lausna á líkingu (7). Þeir eru náttúrulegir tímaskalar sem koma fram þegar líkingar eins og líking (7) eru gerðar einingalausar, en vænta má þess að þeir segi gróflega til um tímaskala sem fram koma í nákvæmum lausnum líkingarinnar.

NIÐURSTÖÐUR LÍKANREIKNINGA

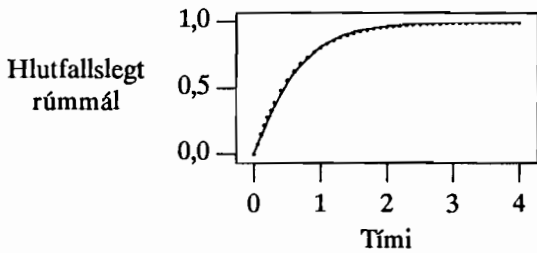
Líkingarnar sem lýsa flæði jökla má nota til þess að reikna út viðbrögð ímyndaðra jökla við gefnum loftslagsbreytingum og fá þannig haldbetri upplýsingar um áhrif loftslags á jökla en línulegur geymir getur veitt. Líkingarnar eru alla jafna ekki leysanlegar nema í tölvum.

Mynd 3 sýnir hvernig ímyndaður jökull, sem skilgreindur er með líkingum (5) og (6), vex af jökulvana landi að stöðugu þversniði. Miðað er við afkomu sem er +1 eining á ákomusvæðinu og -1 eining á leysingarsvæðinu, sem hvort um sig ná yfir hálf flatamál jökulsins. Gert er ráð fyrir að jökullinn hvíli á fjallshrygg sem er óendanlegur í stefnu hornrétt á myndina. Myndin sýnir einungis helming þversniðsins. Miðað er við flæðilögmál sem er mikið notað í jöklafræði og byggir á líkani af hnigi íss sem kennt er við Bretann John Glen (1955). Lengd, tími og afkoma voru gerð einingalaus með þar til völdum stuðlum til þess að auðvelda lausn líkinganna. Í hinum einingalausum breytum er flæðið, q , háð þykkt jökulsins, h , og halla yfirborðs hans, α , þannig að

$$q = h^5 \alpha^3. \quad (9)$$

Halli yfirborðsins er $\alpha = \beta \cdot \partial h / \partial x$ þar sem β er halli botnsins. Jafna (9) sýnir að flæðið vex hratt bæði með þykkt og halla. Líkingar (5), (6) og (9) eru ólínulegar hlutfleiðujöfnur og voru leystar saman í tölvu með svokallaðri "control-volume" aðferð (Patankar, 1980).

Eftir að jökullinn hafði náð stöðugu ástandi var afkoman aukin um 0,01 einingu yfir allan jökulinn. Mynd 4 sýnir hvernig rúmmál jökulsins nálgast



MYND 4: Vöxtur jökuls frá stöðugu þversniði eftir afkomutrúflun. Myndin sýnir hvernig rúmmálsbreyting sem hlutfall af endanlegu gildi ($\delta V(t) / \delta V(\infty)$) nálgast 1 með tíma (heildregin lína). Til samanburðar er sýnt veldisfall með tímastuðulinn $\tau = 0,6$, $f(t) = 1 - e^{-t/\tau}$ (punktalína).

nýtt stöðugt gildi. Greinilegt er að nálgunin fylgir veldisfalli. Ef viðbragðstíminn er skilgreindur sem tíminn sem frávikið frá endanlegu gildi er að minnka niður í $1/e$ sinnum upphaflegt gildi, þá reynist viðbragðstíminn um 0,6 tímaeiningar í þessu tilfelli. Reikna má tímaskalana þrjá τ_C , τ_D og τ_V fyrir þetta dæmi. Þá kemur í ljós að $\tau_C \approx 0,3$, $\tau_D \approx 0,1$ og $\tau_V \approx 0,8$.

Mynd 5 sýnir hvernig breytingin á þversniðinu þróast í tíma. Athyglisvert er að þversniðin hafa mjög svipaða lögun. Þetta má skýra þannig að bylgjuútbreiðslu og dempun bylgna takist á hverjum tíma að dreifa þeim ísmassa sem er til ráðstöfunar þannig að lögun jökulsins verður nærri hinni endanlegu lögun eftir að jafnvægi er náð. Það skortir hins vegar efni til að byggja upp hina nýju lögun jökulsins. Uppsöfnun þess fer fram á tíma-

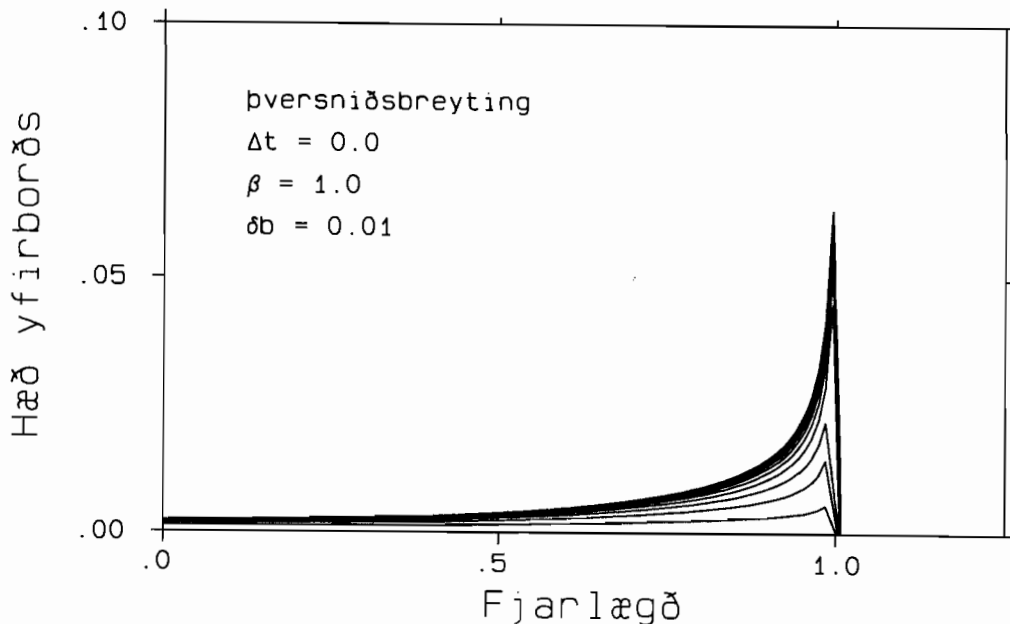
skalanum τ_V sem reynist í þessu tilfelli verulega lengri en τ_C og τ_D . Rúmmáls tímaskalinn, τ_V , verður þess vegna alls ráðandi um viðbragðstíma jökulsins.

Ef reikningarnir hér að ofan eru endurteknir með stærri eða minni afkomubreytingu eða annarri dreifingu hennar á þversniðið þá kemur í ljós að viðbragðstíminn breytist mjög lítið. Þetta er í samræmi við það að rúmmáls tímaskalinn er nánast óháður stærð og dreifingu afkomubreytingarinnar.

Ísflæðilögmálið sem myndir 3, 4 og 5 miðast við (jafna (9)) á við jökul sem hnígur undan halla vegna innri skerhreyfingar íssins sjálfs. Ekki er gert ráð fyrir að jökullinn skriði yfir botn sinn sem neinu nemur. Hreyfing margra þíðjökla er hins vegar að miklu leyti til komin vegna botnskriðs. Einföldustu ísflæðilögmálum slíkra jökla svipar til líkingar (9) nema hvað veldisvísarnir við h og α eru aðrir.

Ef reikningarnir eru endurteknir fyrir mismunandi útfærslur flæðilögmálsins, t.d. meira vægi botnskriðs í flæði jökulsins, fyrir mismunandi halla landsins undir jöklinum og fyrir mismunandi afkomu, koma fram mismunandi viðbragðstímar. Rúmmáls tímaskalinn segir þó í öllum þessum tilfellum nokkuð nákvæmlega (upp á 10 - 30%) til um viðbragðstímamann og kemur það til af því að fyrir flesta ef ekki alla þíðjökla er τ_V mun lengri en τ_C eða τ_D og ræður því mestu um viðbragðstímamann.

Í raun eru jöklar aldrei í jafnvægi vegna þess að þeir bregðast stöðugt við sífbreytilegu loftslagi. Rúmmáls tímaskalinn, eins og hann er skilgreindur hér að ofan, er mælikvarði á tímann sem jökullinn er að byggja upp stöðugt ástand eftir skyndilega og varanlega afkomubreytingu og kann því að virðast gagnslítill til skilnings á svörun jökla við raunverulegum loftslagsbreytingum. Líkingarnar sem lýsa flæði jökla eru ólínulegar eins og áður hefur verið vikið að. Þess vegna er ekki hægt að treysta því að svörun þeirra við almennri loftslagssögu sé innifalinn í svörun þeirra við einföldum afkomutrúflunum eins og reyndist vera fyrir hinn einfalda línulega geymi (líking (3)). Ef loftslagsbreytingarnar sem um er að ræða eru litlar kemur þetta ekki að sök.



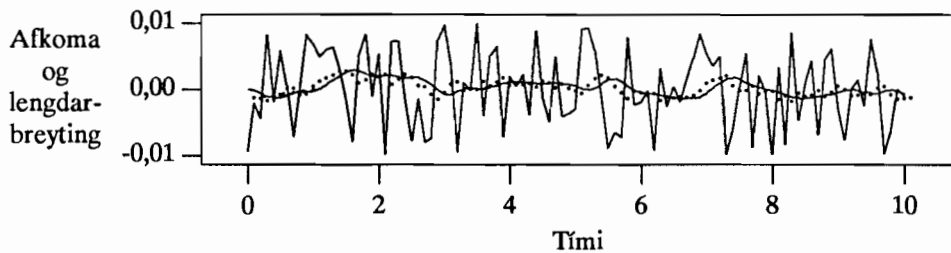
MYND 5: Reiknaðar þversniðsbreytingar jökuls sem fall af tíma þegar jökull vex frá stöðugi þversniði eftir afkomutrufnun. Tímabilið milli þversniða er 0,2 tímaeiningar.

Þá er hægt að byggja á línulegum nálgunum á líkingum jökulflæðis og svörun við hvaða loftslags-sögu sem verkast vill má byggja upp sem samantekt svarana við mörgum litlum loftslagsbreytingum sem eiga sér stað á mismunandi tímum. Stærðfræðilega má þannig líta á heildarsvörunina sem földun loftslagssögunnar (eða raunar afleiðu hennar) við svörun við skyndilegri og varanlegri loftslagsbreytingu á svipaðan hátt og fyrir hinn einfalda línulega geymi. Svörunin við skyndilegri og varanlegri loftslagsbreytingu segir þá til um tímabilið sem loftslag á tilteknum tíma hefur áhrif á jökulinn. Þannig hefur mat á viðbragðstíma jökla, sem miðast við svörun við skyndilegri og varanlegri loftslagsbreytingu, almennt gildi þegar túlka á svörun jökla við flóknum tímaháðum loftslags-sveiflum.

Til þess að athuga þetta nánar má líta á viðbrögð jökullíkansins við óreglulegri afkomusögu (mynd 6). Eftir að jökullinn hafði náð jafnvægi miðað við afkomu sem var +1 eining á ákomusvæðinu og -1 eining á leysingarsvæðinu eins og áður var lýst, var afkoman látin breytast tilviljana-

kennt á bilinu -0,01 til +0,01 næstu 10 tímaeiningarnar. Afkomutrufnunin var þó látin vera jöfn yfir allan jökulinn á hverjum tíma. Á myndinni er teiknuð hin óreglulega afkomutrufnun (heildregin lína með miklum sveiflum), lengdarbreyting jökulsins, δL , eins og hún reiknast á hverjum tíma (heildregin lína með litlum sveiflum) og loks svörun línulegs geymis, sem lýst verður nánar í næsta kafla, við afkomusögunni (punktalína). Myndin sýnir ljóslega að þær sveiflur í afkomusögunni sem vara mun skemur en viðbragðstími jökulsins ($\tau \approx 0,6$ tímaeiningar) hafa nær engin áhrif á útbreiðslu jökulsins. Lengri sveiflur hafa því meiri áhrif sem þær standa lengur og koma fram hliðraðar í tíma á sama hátt og í myndum 1 og 2 af svörun línulegs geymis við innrennslissveiflum. Svörun jökullíkansins virðist því svipa mjög til svörunar línulegs geymis og verður vikið nánar að þessu hér að neðan.

Rúmmálmálmaskalinn, τ_V , reynist vera góður mælikvarði á þann viðbragðstíma sem fram kemur í útreikningum fyrir einfaldar afkomutrufnanir. Jafnframt reynist mat á viðbragðstímanum sem



MYND 6: Svörun jökullíkans við óreglulegri afkomusögu í 10 tímaeiningar. Myndin sýnir afkomusöguna (heildregin lína með miklum sveiflum), reiknaðar lengdarbreytingar jökulsins (heildregin lína með litlum sveiflum) og svörun línulegs geymis með rýmd $S = 0,75$ og leiðni $T = 1$ við afkomusögunni (punktalína).

fæst á grundvelli einfaldra afkomutruflana hafa almennt gildi fyrir flóknari afkomusögu. Það sýnist því ómaks vert að athuga nánar hvað ræður lengd rúmmálmástímaskalans.

RÚMMÁLSTÍMASKALINN

Rúmmálmástímaskalann, τ_V má meta gróflega með einfaldri röksemdafærslu sem byggist á samfellueiginleika jökulflæðisins og vitneskju um hnig jökulíss.

Skoðum jökul með flatarmál A og rúmmál V . Setjum svo að jökullinn sé í jafnvægi og heildarafkoman yfir allan jökulinn aukist um δB . Í kjölfar þess vex jökullinn og þegar jafnvægi næst að nýju hefur rúmmálið aukist um δV og flatarmálið um δA . Auðvelt er að sjá að flatarmálsaukningin, δA , er vegna varðveislur massans

$$\delta A = \delta B / (-b_J), \quad (10)$$

þar sem $(-b_J)$ er meðaltal leysingar á því flatarmáli sem jökullinn gengur yfir. Þessi jafna segir að hinn aukni snjór sem fellur á jökulinn vegna afkomubreytingarinnar verði að bráðna á því flatarmáli sem jökullinn bætir við sig.

Vitað er að útbreiðsla jökla, það er flatarmál þeirra eða lengd, ræður mestum um þykkt þeirra og eykst þykktin hægt með vaxandi útbreiðslu. Þetta er afleiðing af eðli hnigs jökulíss, en seigja hans minnkar hratt með vaxandi spennu (sjá líkingu (9)). Í mörgum tilfellum má gera ráð fyrir að rúmmál jökla vaxi í hlutfalli við tiltekið veldi af

flatarmáli þeirra, þannig að

$$V \approx cA^p, \quad (11)$$

þar sem c er viðeigandi stuðull. Veldisvísirinn, p , er álitinn vera á bilinu $1 < p < 3/2$ (Paterson, 1981, bls. 164). Þá má nota líkingar (8c), (10) og (11) til að rita

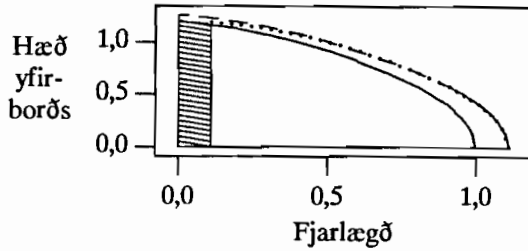
$$\begin{aligned} \tau_V &= \delta V / \delta B = (dV/dA)\delta A / \delta B \\ &= p(V/A) / (-b_J) = p \langle h \rangle / (-b_J), \end{aligned}$$

þar sem $\langle h \rangle$ er meðalþykkt jökulsins, $\langle h \rangle = V/A$. Nú er rúmmálmástímaskalinn einungis gróft mat á viðbragðstíma jökuls og því rétt að líta á þær stærðir sem notaðar eru til að meta hann sem mælikvarða á tiltekna stærðir jökulsins sem um er að ræða. Þannig er $\langle h \rangle$ (eða $p \langle h \rangle$ þar sem p er nálægt 1) hentugur mælikvarði á þykkt jökulsins. Þess vegna má líta á

$$\tau_V = H / (-b_J) \quad (12)$$

þar sem H er mælikvarði á þykkt jökulsins og $(-b_J)$ mælikvarði á leysingu við jökuljaðar, sem tiltölulega almennan mælikvarða á viðbragðstíma jökla.

Einfalda túlkun á líkingu (12) má sjá í mynd 7 sem sýnir stöðugt þversnið spegilsamhverfs jökuls á lárétu undirlagi (heildregin lína). Jökullinn er óendanlega langur í stefnu hornrétt á myndina. Myndin sýnir jafnframt þversnið sama jökuls þegar hann hefur náð jafnvægi eftir aukningu á afkomu (slitin lína). Þversniðin eru byggð á vel þekktum líkingum fyrir lögun jökla sem hvíla á lárétu landi



MYND 7: Þrjú stöðug þversnið jökuls á láréttu undirlagi. Heildregni ferillinn er upprunalegt stöðugt þversnið, slítni ferillinn er stöðugt þversnið eftir aukningu á afkomu og punktaferillinn er upprunalegi ferillinn hliðraður til hægri. Skyggða svæðið til vinstri í myndinni er rúmmálsaukningin, $\delta V \approx H\delta L$.

(Paterson, 1980). Rúmmálstímaskalinn, $\tau_V = \delta V / \delta B$, er háður rúmmálsaukningunni, δV , sem á myndinni svarar til mismunarins á flatarmáli undir þessum tveimur ferlum. Punktalínan sýnir lægri ferillinn þegar honum hefur verið hliðrað til hægri þannig að jaðar hans fellur saman við jaðar efri ferilsins. Myndin sýnir að ferlarnir falla því sem næst saman. Það sýnir að δV svarar til skyggða svæðisins til vinstri á myndinni, en flatarmál þess er $H\delta L$, ef H er þykkt jökulsins á ísaskilum og δL er lengdarmismunur þversniðanna. Í þessu tilfalli segir jafna (10) að $\delta B = (-b_J)\delta L$ og því er $\tau_V = \delta V / \delta B = H / (-b_J)$.

Það er athyglisvert við líkingu (12) fyrir rúmmálstímaskalann að henni svipar til líkingarinnar fyrir viðbragðstíma línulegs geymis, $\tau = S/T$, þar sem S er rýmd geymisins og T er leiðni hans. Þetta má skýra á eftirfarandi hátt. Rýmd línulegs geymis segir til um það hversu mikið forði hans eykst þegar hækkar í honum um eina einingu. Ef við lítum svo á að flatarmál jökuls segi til um ísforða hans á svipaðan hátt og vatnshæð í vatnsgeymi segir til um vatnsmagn í geyminum, þá segir þykkt jökulsins til um aukningu ísforðans þegar flatarmálið vex um eina einingu (sjá mynd 7). Því er eðlilegt að líta á H í líkingu (12) sem eins konar rýmd "jökulgeymisins". Leiðni línulegs geymis segir á hinn bóginn til um það hversu mikið útrennsli úr honum eykst þegar hækkar í honum um eina einingu.

Leysing við jökuljaðar er til marks um það hversu mikið leysing og þar með útrennsli úr "jökulgeyminum" eykst þegar jökullinn gengur fram þannig að flatarmál hans vex um eina einingu. Þannig er eðlilegt að túlka leysingu við jökuljaðar í líkingu (12) sem eins konar leiðni "jökulgeymisins".

Á mynd 6 er sýnd svörun jökullíkans við óreglulegri afkomusögu (heildregnar línur). Fyrir líkanið er $H \approx 0,75$ og $(-b_J) = 1$. Myndin sýnir jafnframt svörun línulegs geymis með $S = 0,75$ og $T = 1$ við sömu afkomusögu (punktalína). Svörun línulega geymisins er mjög áþekkt lengdarbreytingum jökullíkansins, þó nokkru muni í stystu sveiflunum, en það stafar af því að jökullíkanið bregst enn minna við mjög skammægjum afkomubreytingum en línulegi geymirinn. Þessa samsvörun má skýra þannig að tímaskalinn τ_V er mun lengri en τ_C eða τ_D fyrir þetta líkan. Það veldur því að bylgju- og sveimliðum líkingar (7) tekst á hverjum tíma að halda lögun jökulsins nærri hinni stöðugu lögun hans. Svörun jökulsins við afkomutruflun ræðst þá einkum af samspili tímaafleiðunnar, $\partial h / \partial t$, á vinstri hlið líkingar (7) og afkomutruflunarinnar, b , á hægri hlið hennar, en það vill segja að líking (7) er í eðli sínu ekki ólík líkingum þeim sem lýsa línulegum geymum.

Viðbragðstími líkingar (12) líkist mjög ýmsum líkingum fyrir viðbragðstíma úr öðrum greinum eðlisfræði. Þar má, auk línulega geymisins sem áður er lýst, til dæmis nefna viðbragðstíma rafrásar með rýmd C og leiðni $G = 1/R$, þar sem R er viðnám rásarinnar, $\tau = C/G$. Í báðum þessum tilfellum er um að ræða kerfi sem lúta varðveislulögmálum, það er lögmálunum um varðveislu massa annars vegar og rafhleðslu hins vegar. Jafnframt má, hliðstætt því sem gert er í skilgreiningunni á rúmmálstímaskalanum (8c), túlka tímaskala rafrásarinnar þannig að hann svari til þess tíma sem rafstraumur, sem orsakast af fráviki frá jafnvægi, er að flytja að þá hleðslu sem þarf til að byggja upp jafnvægisástand.

Það er rétt að undirstrika að viðbragðstími líkingar (12) er ekki nákvæm tala sem felur í sér fullkomna lýsingu á svörun jökla við loftslagsbreytingum. Fremur ber að líta viðbragðstímamann sömu

augum og svipaða tímaskala í öðrum greinum eðlisfræði, það er sem tölu sem veitt getur innsýn í flókið vandamál áður en tekið er til við nákvæma útreikninga.

Viðbragðstími líkingar (12) tekur ekki tillit til afturvirkni (feedback) í svörun jökla við loftslagsbreytingum (sjá t.d. Gunnar Böðvarsson, 1955). Afturvirknin byggist á því að afkoma jökla fer vaxandi með hæð yfir sjávarmáli. Aukning á afkomu jökuls vegna loftslagsbreytingar leiðir til þess að jökullinn gengur fram og þykkar. Við það hækkar yfirborð hans, afkoman eykst af þeim sökum og jökullinn gengur enn fram og þykkar. Það leiðir síðan til frekari afkomuaukningar o.s.fr. Aukningin á rúmmáli jökulsins, δV , getur orðið miklu meiri en ella væri og leiðir það til lengingar á rúmmáls-tímaskalanum, $\tau_V = \delta V / \delta B$. Á móti kemur að afkomubreytingin, δB , er einnig mun meiri (að meðaltali) en upprunalega afkomubreytingin, sem hratt öllu af stað, þannig að stærra δV er byggt upp með stærra δB . Þó svo afturvirknin geti haft verulega lengingu á viðbragðstíma jökla í för með sér, benda reikningar til þess að stærðarþrep viðbragðstímans sé engu að síður hið sama.

Margir íslenskir jöklar hlaupa fram óháð loftslagsbreytingum, oft með reglulegu millibili (t.d. Tungnaárjökull, Dyngjujökull og Brúarjökull). Þær líkingar sem hér hafa verið notaðar til að lýsa flæði jökla ganga út frá því að hið eina sem valdið geti hopi eða framgangi jökla séu breytingar á afkomu þeirra. Þær geta því ekki skýrt eðli framhlaupsjökla. Viðbragðstíminn sem hér er ræddur á ekki við slíka jökla og er raunar óvíst hvort réttlætlanlegt er að tala um viðbragðstíma framhlaupsjökla yfirhöfuð.

VIÐBRAGÐSTÍMI ÍSLENSKRA JÖKLA

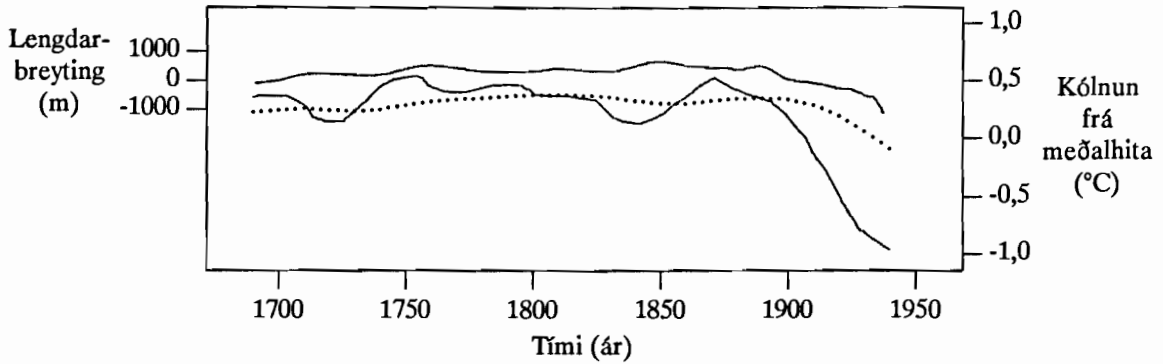
Þykkt íslenska jökla er nokkuð breytileg eða frá ≈ 600 m fyrir Vatnajökul og 200 - 300 m fyrir Hofsjökul, Langjökul og Mýrdalsjökul, niður í 100 m og þaðanaf minna fyrir smærri jökla. Leysing við jökuljaðar er væntanlega mjög breytileg en 5 - 10 m á ári eru ekki ólíkleg gildi. Af þessu má áætla viðbragðstíma Vatnajökuls um 60 - 120 ár. Þessi viðbragðstími á við meginskriðjökla Vatna-

jökuls, þá þeirra sem ekki eru framhlaupsjöklar. Smærri skriðjöklar Vatnajökuls, t.d. í Öraefajökli, eru margir í litlum tengslum við meginjökulinn. Viðbragðstími, sem miðast við Vatnajökul í heild, á því ekki við þá.

Mynd 8 sýnir breytingar á lengd skriðjökla sem renna í suðurátt úr Vatnajökli á tímabilinu 1690 til 1966 eftir Sigurði Þórarinssyni (1943, 1969). Myndin sýnir einnig hitaferil Páls Bergþórssonar (teiknaðan á sama hátt og í mynd 1) fyrir sama tímabil. Myndin sýnir jafnframt svörun línulegs geymis með viðbragðstímann 60 ár við hitaferlinum. Sjá má að sveiflur í hita sem koma fram hliðræðar og dempaðar í jöklabreytingum, eru ekki fjarri lagi í svörun línulega geymisins, nema hvað hlý ár milli 1835 og 1850 samkvæmt hitaferli Páls koma ekki fram í lengdarbreytingum jöklanna. Hlýndi þessara ára fólust í fremur hlýjum vetrum samkvæmt hitamælingum sem fram fóru í nágrenni Reykjavíkur og í Stykkishólmi á þessu árabili en sumur hafa ekki verið áberandi hlý (Trausti Jónsson, veðurfræðingur, persónulegar upplýsingar). Jöklar bregðast hins vegar einkum við sumarhitabreytingum og er því ekki að búast við að breyting í meðalhita af völdum hlýrra vetra hafi mikil áhrif á jökla. Hop jökla samfara hlýnandi veðurfari upp úr síðustu aldamótum kemur nokkuð eðlilega fram í svörun línulega geymisins. Mynd 8 bendir til að ofangreint mat á viðbragðstíma Vatnajökuls sé ekki óraunsætt, og jafnframt að línulegur geymir gefi sæmilega hugmynd um svörun Vatnajökuls við afkomubreytingum síðustu alda.

Af þessu má álykta að íslenskir jöklar hafi meðan á litlu ísöldinni (1300 - 1850, hér á landi) stóð náð því sem næst jafnvægi við hið kalda loftslag sem þá ríkti og þar með að þeir hefðu ekki stækkað meira þó litla ísöldin hefði staðið lengur. Aftur á móti er ljóst að jöklar landsins náðu ekki jafnvægi á hlýju árunum milli 1930 og 1960 og hefðu hoptað mun meira ef hlýndin hefðu staðið nokkrum áratugum lengur.

Viðbragðstími Hofsjökuls, Langjökuls og Mýrdalsjökuls er væntanlega um helmingi styttri en viðbragðstími Vatnajökuls, eða um 20 - 60 ár og



MYND 8: Breytingar á lengd skriðjökla sem renna í suðurátt úr Vatnajökli 1690-1937 (heildregin lína að ofan, eftir Sigurði Þórarinssyni (1969)). Kólnun frá meðalhita á Íslandi 1690-1937 (heildregin lína að neðan, eftir Páli Bergþórssyni (1969)). Svörun línulegs geymis með viðbragðstímann $\tau = 60$ ár við kólnuninni (punktalína).

kemur þar til stærðarmunur jöklanna. Smærri jöklar hafa enn styttri viðbragðstíma, eða einn til tvo áratugi fyrir jökla sem eru um 100 m þykkir.

Af ofangreindu mati á viðbragðstíma íslenskra jökla má álykta að jöklabreytingar hér á landi geti sagt til um loftslagsbreytingar milli alda og að einhverju marki milli áratuga. Ástæða er þó til að hafa viðbragðstímann í huga við túlkun gagna um jöklabreytingar og leggja mat á þá hliðrun í tíma milli jökla- og loftslagsbreytinga sem áratugalangur viðbragðstími jöklanna hefur í för með sér.

HEIMILDIR

- Glen, J. 1955: The creep of polycrystalline ice. *Proceedings of the Royal Society of London A* 228: 519-538.
- Gunnar Böðvarsson 1955: On the flow of ice sheet and glaciers. *Jökull* 5: 1-8.
- Hayes, J.D., J. Imbrie og N.J. Shackleton 1976: Variations in the earth's orbit: pacemaker of the ice ages. *Science* 194: 1121-1132.
- Nye, J.F. 1963: On the theory of the advance and retreat of glaciers. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society* 7: 431-456.
- Patankar, S.V. 1980: *Numerical heat transfer and fluid flow*. Hemisphere Publishing Corporation, Washington.
- Paterson, W.S.B. 1980: Ice sheets and ice shelves.

- Dynamics of snow and ice masses*: 1-78. Ritstjóri S.C. Colbeck. Academic Press, New York.
- Paterson, W.S.B. 1981: *The physics of glaciers. Second edition*. Pergamon Press, Oxford.
- Páll Bergþórsson 1969: An estimation of drift ice and temperature in Iceland in 1000 years. *Jökull* 19: 94-101.
- Sigurður Þórarinsson 1943: Vatnajökull. Scientific results of the Swedish-Icelandic investigations 1936-37-38. Oscillations of the Icelandic glaciers in the last 250 years. *Geografiska Annaler* 25(1-2): 1-54.
- Sigurður Þórarinsson 1969: Sambúð lands og lýðs í ellefu aldir. *Saga Íslands I*: 29-97. Ritstjóri Sigurður Líndal. Hið íslenska bókmenntafélag, Sögufélagið, Reykjavík.
- Tómas Jóhannesson, C.F. Raymond og E.D. Waddington 1989a: A simple method for determining the response time of glaciers. *Glacier fluctuations and climatic change*: 343-352. Ritstjóri J. Oerlemans. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- Tómas Jóhannesson, C.F. Raymond og E.D. Waddington 1989b: Time-scale for adjustment of glaciers to changes in mass balance. *Journal of Glaciology* 35(121): 355-369.